

GeoGebra で放物線

濱田 龍義 (福岡大学 理学部)

1 序

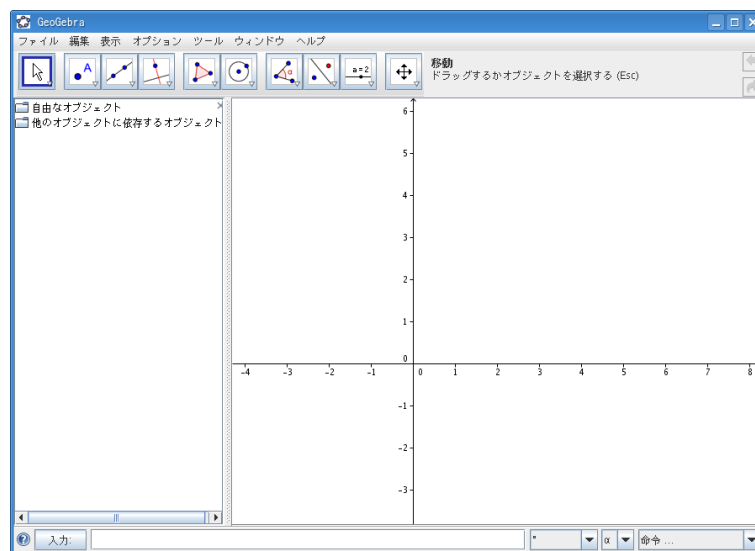
KNOPPIX/Math は「数学のおもちゃ箱」です。KNOPPIX/Math の CD/DVD を PC に入れて再起動するだけで、最新の数学ソフトウェア環境を使い始めることができます。

ここでは、KNOPPIX/Math に収録されている数学ソフトウェアの中から、動的幾何学ソフトウェア “GeoGebra” を使って、数学を楽しんでみましょう。

GeoGebra は動的幾何学ソフトウェアとして、様々な図形を描けるだけでなく関数のグラフを描画して、加工することができます。ここでは、GeoGebra の基本的な操作を学び、ある放物線の頂点の軌跡を調べてみましょう。

2 GeoGebra の基本

GeoGebra では、描くべき図形のアイコンをマウスでクリックすることで機能を使い分けることができます。アイコンはウィンドウの上部に並んでいます。



また、下部の「入力:」部分へ命令を入力することで、関数のグラフを描いたり頂点や接線を調べたりすることができます。

3 GeoGebra の起動

画面左下の左から 2 番目の \sqrt{x} の形のアイコンをマウスでクリックしてください。



図 1 KDE パネル

表示されたメニューの中から GeoGebra を選んでください。GeoGebra はオーストリアの Markus Hohenwarter さんが中心となって開発しているオープンソースソフトウェアです。日本語訳は北海道工業大学の和地輝仁先生が行いました。

まずは、好きなアイコンをクリックして画面上に点や直線、三角形や円を描いてみましょう。ウィンドウ左側に描かれた図形の情報が表示されることを確認してください。また、描かれた図形は「矢印」のアイコンをクリックした後にマウスでドラッグすることで、自由に移動できることを確認してください。

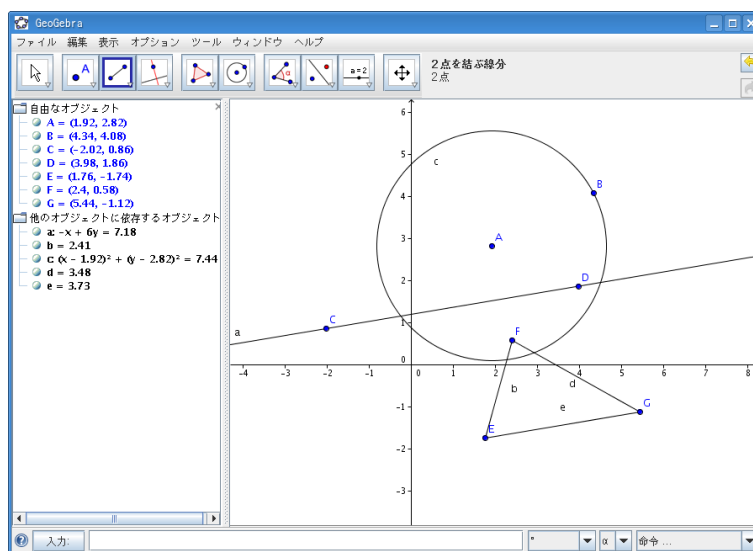


図 2 GeoGebra で描いた図形

例えば円を動かすと、ウィンドウ左側に表示されている円の方程式も変化することを確認しましょう。

4 関数のグラフ

4.1 原点を通る放物線

GeoGebra のウィンドウの下部に関数を入力するとグラフを描くことができます。まずは原点を通る放物線 $y = x^2$ を描いてみましょう。「入力:」欄に $y=x^2$ と入力して Enter キーを押してください。 x^2 というのは x^2 を表します。

以下の図のように放物線が描けたでしょうか？

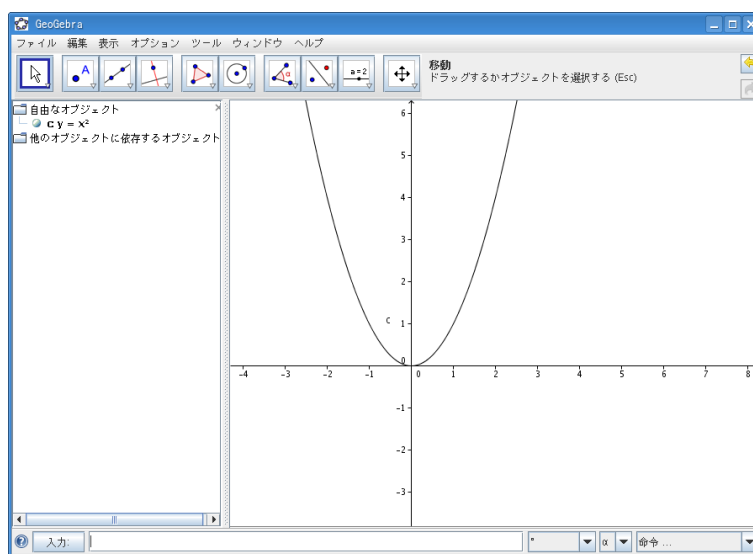


図 3 放物線

この放物線には c という名前が付けられました。

次に右下の「命令」から「頂点」という命令を探してください。一番下から数えて 2 番目にあります。「入力:」欄に 頂点 [c] と入力して Enter キーを押してください。

今、描いた放物線の頂点が点 A として描かれたはずですが、点 A は原点 $(0,0)$ になっていますね。それでは最後に「矢印」のアイコンをクリックして放物線を動かしてみましょう。左側のウィンドウで頂点 A と放物線 c の情報が変化していることを観察してください。

4.2 スライダーの利用

例えば、次のような問題があったとします。

「放物線 $y = x^2 - 2ax + 1$ の頂点 A は、定数 a がいろいろな値をとって変わるとき、どのような軌跡を描くか？」

このような問題を解くときに、GeoGebra の スライダー という機能を用いると便利です。

4.2.1 手順

1. 右から 2 番目のアイコン「スライダー」をクリックします。
2. 座標の適当な部分をクリックします。
3. スライダーの値を決定する画面が表示されますが、標準値で良いので「適用」をクリックします。
4. 「入力:」欄に $y=x^2-2*a*x+1$ と入力して Enter キーを押してください。
5. 同じく「入力:」欄に 頂点 [c] と入力して Enter キーを押してください。
6. 「矢印」アイコンをクリックしてスライダーの値を変化させて頂点の動きを調べてください。

4.2.2 残像

頂点 A の動きを詳しく追いかけたいとき、ここでは「残像」という機能が使えます。

1. 頂点 A をダブルクリックします。
2. プロパティという画面が表示されますので、「残像を表示する」というチェックボックスをチェックします。
3. 「閉じる」をクリックします。
4. スライダーを動かして、頂点 A の様子を確認してください。

頂点 A の軌跡が、ある放物線になることがわかったでしょうか。最後に、実際に頂点の座標を計算して確認してみましょう。

4.2.3 ヒント

あたえられた関数は次のように変形できます。

$$y = x^2 - 2ax + 1 = (x - a)^2 - a^2 + 1$$

上記の式から頂点 A の座標 (X, Y) を調べて、 X, Y の満たす式を求めてください。

参考文献

- [1] 数学 II, 岡本和夫監修, 実教出版